**Estructura de la Presentación: Aplicaciones de las Derivadas**

**1. Introducción: ¿Qué es una derivada?**

* **Concepto básico:** La derivada es la tasa de cambio instantánea de una función en un punto determinado.
* **Orígenes:** Surge del cálculo de la pendiente de una recta, pero generalizado a curvas.
* **Comparación con la pendiente de una recta:**
  + En una recta y=mx+by = mx + by=mx+b, la pendiente es constante (mmm).
  + En una curva f(x)f(x)f(x), la pendiente varía en cada punto, lo que nos lleva a definir la derivada como el **límite del cociente incremental**: f′(x)=lim⁡h→0f(x+h)−f(x)hf'(x) = \lim\_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}f′(x)=h→0lim​hf(x+h)−f(x)​
* **Ejemplo ilustrativo:**
  + Pendiente de una recta: y=2x+3y = 2x + 3y=2x+3 → m=2m = 2m=2
  + Derivada de f(x)=x2f(x) = x^2f(x)=x2: f′(x)=lim⁡h→0(x+h)2−x2h=2xf'(x) = \lim\_{h \to 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h} = 2xf′(x)=h→0lim​h(x+h)2−x2​=2x
  + **Interpretación geométrica:** La derivada en un punto es la pendiente de la tangente a la curva en ese punto.

**2. Máximos y Mínimos: Conceptos Clave**

* **Definiciones básicas:**
  + **Máximo Relativo (o Local):** Un punto x=cx = cx=c donde f(c)f(c)f(c) es mayor que los valores cercanos (f(c)>f(x)f(c) > f(x)f(c)>f(x) en una vecindad).
  + **Mínimo Relativo (o Local):** Un punto x=cx = cx=c donde f(c)f(c)f(c) es menor que los valores cercanos (f(c)<f(x)f(c) < f(x)f(c)<f(x) en una vecindad).
  + **Máximos y mínimos absolutos (o globales):** El mayor y menor valor de la función en todo su dominio.
* **Criterio de los puntos críticos:**
  + Un **punto crítico** es cualquier xxx donde f′(x)=0f'(x) = 0f′(x)=0 o f′(x)f'(x)f′(x) no está definida.
* **Ejemplo de cálculo:**  
  Para f(x)=x3−3x2+4f(x) = x^3 - 3x^2 + 4f(x)=x3−3x2+4:
  + Derivada: f′(x)=3x2−6xf'(x) = 3x^2 - 6xf′(x)=3x2−6x
  + Puntos críticos: 3x2−6x=03x^2 - 6x = 03x2−6x=0 → x(x−2)=0x(x-2) = 0x(x−2)=0 → x=0,x=2x = 0, x = 2x=0,x=2
* **Segunda derivada para clasificar extremos:**
  + f′′(x)=6x−6f''(x) = 6x - 6f′′(x)=6x−6
  + Evaluamos en x=0x = 0x=0 y x=2x = 2x=2:
    - f′′(0)=−6f''(0) = -6f′′(0)=−6 (negativa) → Máximo en x=0x = 0x=0
    - f′′(2)=6f''(2) = 6f′′(2)=6 (positiva) → Mínimo en x=2x = 2x=2

**3. Ejemplo detallado paso a paso**

* **Función a analizar:** f(x)=x3−6x2+9x+1f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1f(x)=x3−6x2+9x+1.
* **Paso 1:** Derivar la función.
* **Paso 2:** Encontrar los puntos críticos.
* **Paso 3:** Evaluar la segunda derivada.
* **Paso 4:** Confirmar la clasificación de los extremos.

**4. Ejercicios para la clase**